

# 基于Visum的路网容量计算理论研究

A Visum-Based Method for Determining Road Network Capacity

李晶 于雷

(北京交通大学,北京 100044)

LI Jing, YU Lei

(Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**摘要:** 道路网容量问题是交通规划中的基本问题之一,大量学者对该问题进行过研究,其中与交通分配结合起来的交通模拟分配法计算路网容量的模型在实际规划中被广泛应用。将运筹学中图论的理论与传统交通分配方法相结合,提出通过建立路网辅助图的方法计算路网容量。在研究方法中,利用交通规划软件PTV的Visum,对北京中关村地区OD实际交通量分配的结果,运用路网辅助图的方法计算出该地区路网的容量。然后,通过改建该地区的路网结构,对新的路网结构进行新OD实际交通量分配,计算新的路网结构中的路网容量。最后对两次路网容量的计算结果进行分析比较,得出改建后路网是否增容的结论。

**Abstract:** Road network capacity is one of the basic transportation planning issues and an interesting research area for many scholars. Among others, traffic assignment simulation model is widely used in transportation planning practices. This paper combines the graph-theory with the traditional traffic assignment methods, utilizing an assistant network diagram to facilitate the calculation of network capacity. A case study is conducted which uses PTV's Visum and OD data collected from Zhongguancun Area, Beijing, to show how the proposed method is applied to traffic assignment on a sub-network covering the Zhongguancun Area.

**关键词:** 路网容量;交通分配;图论;路网辅助图

**Keywords:** network capacity; traffic assignment; graph-theory; assistant network diagram

中图分类号:U491 文献标识码:A

收稿日期:2005-09-05

作者简介:李晶,北京交通大学硕士研究生。

E-mail:princeton1980@163.com

关于路网容量的研究,早在20世纪50年代美国普林斯顿大学最为著名的运筹学教授Ford和Fulkerson,基于图论提出了网络最大流模型<sup>[1]</sup>,并于1962年给出了求解网络最大流的第一算法——标号法<sup>[2]</sup>。1972年日本京都大学教授Iida提出了一个基于简单增量分配技术的确定路网容量的启发式算法<sup>[3]</sup>。随着路网容量研究的不断深入,路网容量的概念不仅包含人流、车流,而且还综合考虑出行延误、出行者的路径选择行为,以及整个路网的拥挤程度。很多交通工程师们从Wardrop第一原理入手,提出了较为完善的平衡路网容量的概念。典型代表有1995年Akamatsu和Miyawaki通过饱和流量公式来计算平衡路网的容量<sup>[4]</sup>。考虑到路网的服务水平,在1999年,Yang,Bell和Meng提出了组合交通分布和分配模型<sup>[5-6]</sup>,同时考虑了出行者的路径选择和目的地,提出了双层规划法(即两层极值法)。这种方法既考虑了路网的物理容量又考虑了服务水平,成为当今确定路网容量的最新模型。

## 1 路网容量的概念

由于路网容量的约束条件很多,影响各异,按照约束条件性质不同,可以将路网容量分为狭义路网容量和广义路网容量。狭义路网容量是指城市道路网单位时间内可能通行的最大人流、车流量。广义路网容量是指城市道路网上一段时间内,在各种因素制约下,可能容纳的出行人数、出行交通个体数。

## 2 路网容量的算法分析

对现有路网的OD数据进行交通量平衡分配,将分配结果

与图论中的有关理论相结合,运用辅助图最短模型及其算法<sup>[7]</sup>计算路网容量。具体算法如下:

若有一网络 $G=\{V,E,C\}$ ,  $G$ 的边将平面分为若干个连通区域,每一个连通区域称为 $G$ 的一个面,其中将一个无界的面称为外面,其余的称为内面。对任何交通路网 $G$ ,把 $G$ 的最左边称为发点,记为 $v_s$ ,最右边称为收点,记为 $v_t$ 。为方便研究,设有两条铅垂方向的直线分别过 $v_s$ 、 $v_t$ 点,此时外面被分成4个部分,两直线之间 $G$ 的上边那一部分称为上面,下边的那一部分称为下面,其余左右两部分不予考虑。如图1所示。

$F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $F_4$ 、 $F_5$ 为该网络的5个面,其中内面为 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $F_4$ ,上面为 $F_1$ ,下面为 $F_5$ 。以后称这些面为该网络的面,外面的边界称为网络的边界。

设 $X$ 为 $V$ 的子集,满足 $x \in X, y \in \bar{X}=V-X$ 。定义集合如下:

$$O(X)=\{uv \mid u \in X, v \in \bar{X} \text{ 或 } u \in \bar{X}, v \in X\},$$

$$I(X)=\{uv \mid u \in X, v \in \bar{X}\},$$

$$I(X)=\{uv \mid u \in \bar{X}, v \in X\},$$

称 $O(X)$ 或 $I(X)$ 为 $G$ 的一个割集。 $C(O(X))=\sum_{e \in O(X)} C(e)$ ,称为割集的容量。若 $O(X)$ 中边的序列为: $e_1, e_2, \dots, e_k$ ,序列中相邻两边位于同一面的边界上,则称该序列为一个边集,自然是 $O(X)$ 的子集。若 $e_{i+1}=e_i, e_k=e_2$ ,称 $O(X)$ 中的两条边 $e_1$ 、 $e_2$ 关于 $O(X)$ 相通。若该集合中任两边关于 $O(X)$ 相通,则称该集合关于 $O(X)$ 相通。有定理:若 $O(X)$ 为最小割集,则 $O(X)$ 中的任意两条边都是关于 $O(X)$ 相通的。

根据定理:最短路与最小割集具有对偶性,通过集合理论中的De- Morgan定律,两者间是可以互化的,因此,网络 $G$ 的任意最小割集都可以通过求其辅助图 $G^*$ 的发点 $v_s^*$ 到收点 $v_t^*$ 的最短路得到(定理证明从略)。故需要构造一个辅助网络 $G^*$ 。构造方法如下:对于 $G$ 的每个内面 $F$ 都有 $G^*$ 的顶点 $v^*$ 与之对应,对于 $G$ 的上面有 $G^*$ 的顶点 $v_s^*$ 与之对应,对于 $G$ 的下面有 $G^*$ 的顶点 $v_t^*$ 与之对应, $G^*$ 中顶点相邻当且仅当它们对应的 $G$ 中的面相邻。 $G^*$ 每一对相邻的顶点之间都有一对方向相反的有向边,其上的权用以下方法定义:设 $v_i^*、v_j^*$ 是 $G^*$ 中两相邻的顶点,于是有有向边 $v_i^*v_j^*$ 及 $v_j^*v_i^*$ , $v_i^*、v_j^*$ 对应 $G$ 的面分别记为 $F_i、F_j$ , $F_i、F_j$ 的共同边界记为

$l_{ij}$ ,  $l_{ji}$ 为一个链,若将 $G^*$ 画在 $G$ 上,则可将点 $v_i^*$ 画在 $F_i$ 中, $v_j^*$ 画在 $F_j$ 中, $v_i^*v_j^*$ 与 $l_{ij}$ 重合时, $v_i^*v_j^*$ 的指向称为 $l_{ij}$ 的由 $v_i^*v_j^*$ 确定的方向。同样方法可得 $l_{ji}$ 的由 $v_j^*v_i^*$ 确定的方向,显然 $l_{ij}$ 的两个方向恰好相反。记:

$$I_{i0}=\{e \mid e \in l_{ij}, \text{ 且方向与 } v_i^*v_j^* \text{ 确定的方向一致}\},$$

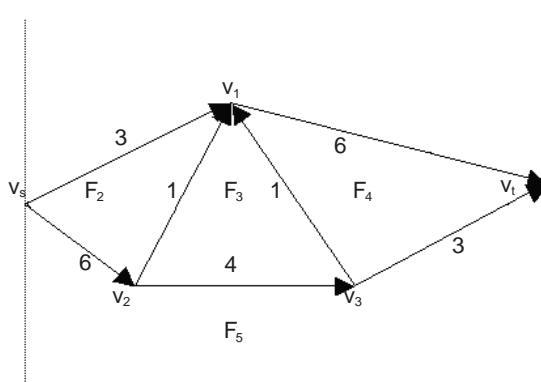


图1 网络辅助图

Fig.1 Assistant network figure

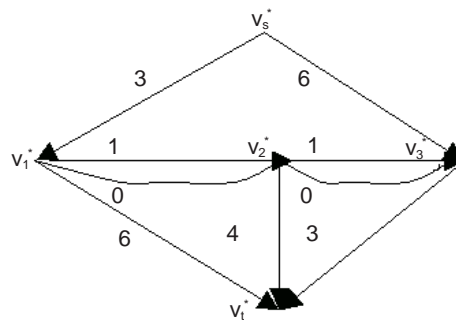


图2 辅助图 $G^*$

Fig.2 Assistant network figure  $G^*$

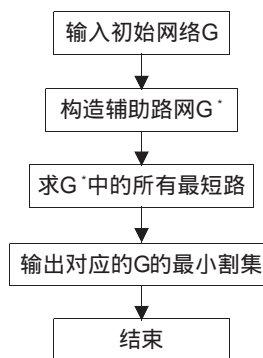


图3 算法流程图

Fig.3 Algorithm progress figure

$l_{ij} = \{e \mid e \in l_{ij}, \text{且方向与 } v_i v_j \text{ 确定的方向相反}\}.$

规定边  $v_i v_j$  上的权为:

$$W(v_i v_j) = \begin{cases} 0 & l_{ij} \\ \min\{C(e)\} & l_{ji} \end{cases},$$

其中:  $l_{ij}$  为0-1变量, 当  $l_{ij}$  与  $v_i v_j$  相同时为1, 反之为0.

若  $l_{ij} = 1$ , 称权  $W(v_i v_j)$  与边集  $l_{ij}$  相对应, 若  $l_{ij} = 0$ , 称权  $W(v_i v_j)$  与边集  $l_{ji} = \{e \mid e \in l_{ji}, \text{且 } C(e) = W(v_i v_j)\}$  相对应, 类似地定义  $W(v_j v_i)$ .

对于与  $v_i$  相邻的顶点  $v_j$ , 只需定义有向边  $v_i v_j$  及其上的权  $W(v_i v_j)$ ; 对于与  $v_i$  相邻的顶点  $v_j$ , 只需定义有向边  $v_j v_i$  及其上的权  $W(v_j v_i)$ . 这样辅助图  $G'$  构造完毕.

计算  $G'$  中  $v_i$  到  $v_j$  的最短路时, 一条路径  $P$  的长是指其上边的权之和, 用  $W(P)$  表示, 即  $W(P) = \sum W(e)$ . 图1的辅助路网可以画成图2的形式.

可以看出, 画  $G'$  时总能使  $v_i v_j$  与  $G$  中对应的  $(X)$  中的边相交, 其权也是一一对应的. 这样从  $v_i$  到  $v_j$  的路径将  $G$  的顶点分成两部分, 则  $G'$  的最短路必然对应着  $G$  中的最小割集. 于是, 只要求出  $G'$  中所有的最短路, 再根据  $G'$  中的边与  $G$  中相割的边对应, 就得到了  $G$  中的所有最小割集. 算法可用图3表示.

### 3 实际算例分析

本算例对中关村地区进行小区划分, 根据具体调查的OD数据, 利用交通规划软件Visum进行交通量分配. 根据分配结果计算该区域路网容量, 对现有道路网络进行改造, 对改造后的道路网络重新分配交通量, 并且计算改造后的路网容量.

中关村地区交通出行特征为: 出入境出行占较大比例. 据调查, 该地区过境交通占15%, 出入境交通占60%, 境内交通占25%. 区域路网流量基本处于饱和状态. 由区域路网交通量及饱和度数据可知, 路段饱和度( $v/c$ )大于1.0的占30%, 0.8~1.0的占28%, 小于0.8的占42%. 高峰流量处于饱和与接近饱和状态的路段占56%. 以上统计结果表明, 该区域路网大部分交通处于饱和与接近饱和状态, 该状态下的路段流量约占全部路段流量的75%. 处于该状态

表1 中关村地区部分路段参数变量表

Tab.1 Part route parameter for Zhongguancun Area

参数	道路名称							
	白石桥	大慧寺	魏公村	四通桥	知春路	中关村一桥	成府路	清华西路
$t_a/\text{min}$	82.22	55.79	148.41	125.94	64.40	113.46	156.13	226.42
$t_a^0/\text{min}$	57.39	38.94	103.59	87.91	44.95	79.20	108.98	158.04
$v_a/(\text{pcu/h})$	6 056	5 340	5 181	6 093	4 365	4 706	3 281	3 206
$c_a/(\text{pcu/h})$	5 400	5 400	5 400	5 400	5 400	5 400	6 000	3 000

的路段主要集中于区域内的快速路和主干路, 如北二环、北三环、学院路辅路和白颐路, 次干路大部分路段处于未饱和和状态. 出租车和公交车占路段流量比重较大. 机动车出行高峰并不明显, 非机动车出行高峰较明显, 主要集中在上下班时间.

#### 3.1 路阻函数的确定

路段阻抗函数的表达式, 常见的是BPR(美国公路局)采用的形式<sup>[8]</sup>:

$$t_a = t_a^0 \left[ 1 + \left( \frac{v_a}{C_a} \right)^4 \right] \quad (1)$$

其中:  $t_a$  为路段  $a$  上流量为  $v_a$  时的阻抗, 通常为路段走行时间, 单位  $\text{min}$ ;  $t_a^0$  为路段  $a$  上流量为0时的阻抗, 通常为路段走行时间, 单位  $\text{min}$ ;  $C_a$  为路段  $a$  上的容量, 单位  $\text{pcu/h}$ , 即理论通行能力;  $v_a$  为路段  $a$  上的实际通行能力, 单位  $\text{pcu/h}$ ;  $\alpha$ ,  $\beta$  为参数, 一般取  $\alpha = 0.15$ ,  $\beta = 4$ .

不同城市、不同区域的路网构成受交通管理影响不同, 交通组成也不相同. 根据北京市交通拟合较好的模型, 得出  $t_a^0 = 0.698 t_a$ , 对北京市中关村地区部分路段进行实地调查, 调查长度为800 m左右, 调查结果<sup>[9-10]</sup>相关数据汇总见表1.

对式(1)进行整理得

$$\frac{t_a}{t_a^0} - 1 = \left( \frac{v_a}{C_a} \right)^4, \quad (2)$$

对(2)式取对数有

$$\ln\left(\frac{t_a}{t_a^0} - 1\right) = \ln a + \ln\left(\frac{V_a}{C_a}\right) \quad (3)$$

设  $y = \ln\left(\frac{t_a}{t_a^0} - 1\right)$ ,  $x = \ln\left(\frac{V_a}{C_a}\right)$ ,  $a = \ln a$ ,  $b =$

则式(3)变为  $y = a + bx$

运用回归分析得:  $b = -2.28$ ,  $a = \ln a = -0.637$ ,

则  $a = 0.529$ 。

$$\text{式(1)变为 } t_a = t_a^0 \left[1 + 0.529 \left(\frac{V_a}{C_a}\right)^{2.28}\right] \quad (4)$$

采用  $\chi^2$  进行检验  $\chi^2 = \sum \frac{(t_a - t_a^0)^2}{t_a^0}$ , 式中:  $t_a$  为实际测定的行程时间, 由表1给出;  $t_a^0$  为模型计算的行程时间, 由式(4)计算可得。经计算  $\chi^2 = 8.36$ 。

当自由度为7, 显著水平  $\alpha = 0.05$  时, 查  $\chi^2$  分布表,  $\chi^2$  的临界值为14.607。故, 当  $\chi^2 = 8.36 < 14.607$  时, 该模型拟合较好, 模型计算值与实测值比较, 最大误差为22.9%, 最小误差为0.29%, 平均误差为12.49%。根据交通规划的经验表明<sup>[8]</sup>, 平均误差在5%以内比较精确, 在5%~15%符合精度要求。此模型的实测值符合精度要求, 所以推荐北京市中关村地区路阻函数采用式(4)。

### 3.2 交通量分配

为确定路网最大通行能力, 需要现状路网的OD资料。对中关村地区路网研究范围进行交通小区划分, 目的在于定义出行起讫点的空间位置。为便于分析研究, 依据行政区划、综合用地性质、特征及人口分布情况将该地区划分为12个交通小区。

利用图论中的最大流最小割定理改进方法分析该区域路网时, 采用上述构造辅助图的方法求解, 即在原路网图上构造一辅助路网, 求出辅助路网的所有最短路径以得到原图的最大流和所有最小割集。

通过调查, 分析中关村区域干路网络, 根据各节点的重要性和现状流量调查, 其交通流主要集中在南北方向, 且过境交通占较大比例(约20%)。因此, 可确定其发点集为西直门桥、白石桥和紫竹桥, 收点集为八达岭高速、学清路、圆明园东路、圆明园西路、双清路。确定发点集与收点集后, 原路网可以经过变形改造为如下单收发点的路网。发点为x在路网的上边, 收点为y在路网的下边, 如图4所示。

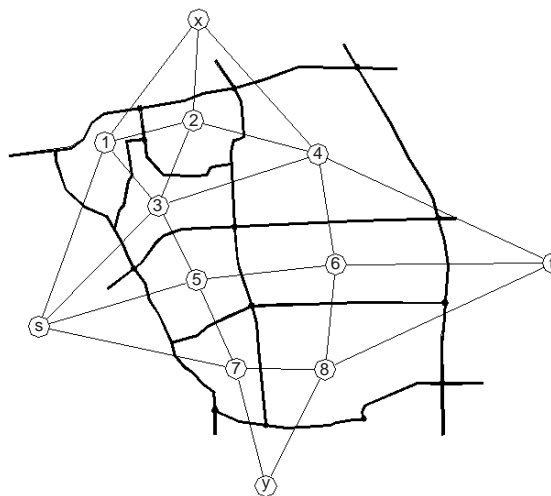


图4 中关村地区辅助路网  
 Fig.4 Assistant network figure for Zhongguancun Area

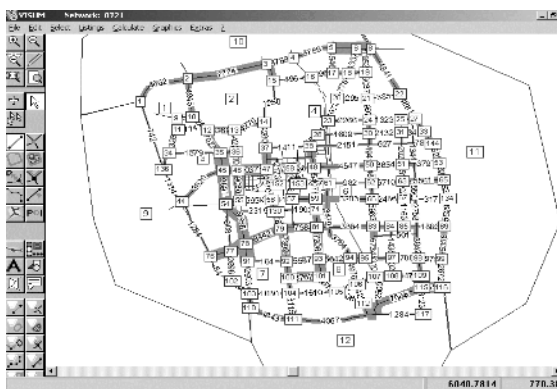


图5 中关村地区平衡分配法分配结果  
 Fig.5 Equilibrium assignment result for Zhongguancun Area

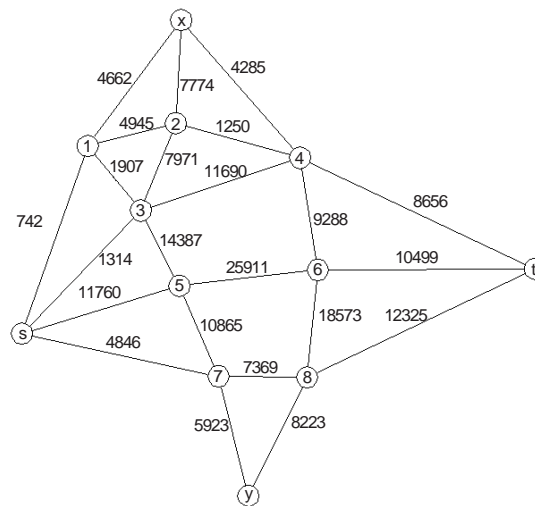


图6 流量路径图  
 Fig.6 Traffic flow route figure

利用PTV-Visum800软件对中关村地区路网用平衡分配法进行路网交通流模拟分配,分配结果如图5所示。

对该区域路网用辅助图最短路模型进行简化,基于图论中的最大流最小割定理改进算法,进行验证。

经过简化,将求最小割的问题转化为求解最短路径的问题。线路图见图6。

各路径的流量如表2所示。

用Dijkstra<sup>[11]</sup>算法,通过列表计算,求得各点到发点s的最短路径,见表3。

通过以上分析,从小区9,经过小区1、2、4,最后到小区11的这一路径,成为路网的最小割面,也就是该区域路网的“瓶颈”。而该截面中南北方向的大部

分出行都集中在小区2到小区4、11之间,即白颐路和学院路之间(包括这两条道路在内)。在未来可以考虑在它们之间新建一条“京包”快速路,以满足“瓶颈”的交通出行需求。

拟建的“京包”快速路南起学院路的明光桥,沿西北对角线方向横穿北三环和知春路,然后沿北横穿北四环路直到清华东路,最后在沿西北对角线方向直至北五环路。拟设该道路等级为城市快速路,双向四车道,设计行车速度为80 km/h。

假设原有的OD出行量保持不变,对改造后的路网进行重新分配,改造后各路径路权见表4,分配结果见图7。通过重新分配,比较分配后南北两条主干路——学院路和白颐路的交通流分配情况,见图8。

通过以上的计算分析和改造前后路网容量的比较,改造前后南北方向的“瓶颈”虽然都沿着交通小区9-1-2-4-11,但是改造后,“瓶颈”区域的容量由原来的15 593 pcu/h提高到了现在的25 249 pcu/h。而且,南北方向的两条主干路——学院路和白颐路饱和度大于1.0的路段数目明显下降。特别是学院路,交通拥挤的路段大大减少。从行程的时间来看,交通小区12(西直门区域)—10(北五环区域)由分配前的17.57 min缩短至分配后的14.17 min,路网的可达性有所提高,区域路网的负荷度降低,区间路段的服务水平提高了,区域路网的容量也大大增加。通过路网改造,改善了整个路网的通行状况,达到了较好的区域路网增容的目的。

表2 各路段流量表

Tab.2 Traffic flow for each route

路段	流量/(pcu/h)	路段	流量/(pcu/h)
s-1	742	5-6	25 911
s-3	1 314	5-7	10 865
s-5	11 760	7-8	7 369
s-7	4 846	7-12	5 923
1-2	4 945	12-8	8 223
1-3	1 907	4-6	9 288
2-3	7 971	6-8	18 573
2-4	1 250	4-t	8 656
2-10	7 774	6-t	10 499
3-4	11 690	8-t	12 325
3-5	14 387		

表3 路网辅助图流量最短路径表

Tab.3 The shortest route for assistant network figure

起点	终点	最短路径(流量)/(pcu/h)
s	1	s-1 (742)
	2	s-1-2 (5 687)
	3	s-3 (1 314)
	4	s-1-2-4 (6 937)
	5	s-5 (11 760)
	6	s-5-6 (37 671)
	7	s-7 (4 846)
	8	s-7-8 (12 215)
	19	s-1-10 (5 404)
	12	s-7-12 (10 571)
	t	s-1-2-4-t (15 593)

表4 改建后各路段的新的流量表

Tab.4 After rebuilt traffic flow for each route

路段	流量/(pcu/h)	路段	流量/(pcu/h)
s-1	176	5-6	24 229
s-3	1 224	5-7	10 571
s-5	10 481	7-8	6 725
s-7	3 973	7-12	4 953
1-2	5 180	12-8	7 739
1-3	3 159	4-6	26 235
2-3	8 339	6-8	26 468
2-4	1 904	4-t	17 449
2-10	5 350	6-t	8 664
3-4	14 205	8-t	22 860
3-5	16 049		

## 4 结语

通过实际算例分析,以交通分配和图论相结合的方法,对中关村区域进行了路网结构改造前后容量的比较,说明通过正确的路网结构改造,可以达到区域路网增容的效果,验证了路网增容措施的正确性。

此外,该算例也为评价路网增容方法提供了新思路。由于Visum800软件能计算出各路段的交通分配量,从而得到路网的容量,所以可以定量评价通过改扩建或者加强管理是否能使整个路网达到增容的目的。

应该指出的是,由于该算例将交通分配和图论相结

合,所以具有两种算法的优点和缺点。不足之处是:在交通分配的过程中,由于交通个体的路径选择是一种随机模型,所以无论是平衡分配法还是增量分配法(IA),其分配结果很难与实际交通形成的OD交通量分布相同;其次,该模型在分配过程中没有考虑对迂回线路的限制,会由于包含了不合理的迂回而过大估计了路网容量。鉴于此,应对该模型进行改进,使其更趋于完善合理。

### 参考文献

- 1 Ford, L.R.Jr. and Fulkerson, D.R. Maximal Flow Through a Network [J]. Canadian Journal of Mathematics, 1956 (8): 36-52
- 2 Dinic E.A.. Algorithm for Solution of a Problem Flow in Networks with Power Estimation. Soviet Math Dok [D]. N.J USA: Princeton University, 1970
- 3 饭田恭敬.交通工程学 [M]. 邵春福,等译.北京:人民交通出版社,1993
- 4 黄海军.城市交通网络平衡分析理论与实践 [M].北京:人民交通出版社,1994
- 5 Hai Yang, Michael G.H.Bell, Qiang Meng Modeling. The Capacity and Level of Service of Urban Transportation Network [J]. Transportation Research Part B, 2000, (34): 255-275
- 6 Smeed, R.I.. Road capacity of city centers [J]. Traffic Engineering and Control, 1996, (11): 114-121
- 7 Sheff, Y.. Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods [M]. N.J USA: Prentice-Hall Press, 1985
- 8 Delay- Volume Relations for Travel Forecasting: Based on the Highway Capacity Manual [R], Washington DC: FHWA, 1985
- 9 吴海燕.区域道路网增容理论研究 [R].北京:北京市建筑工程学院,北京市城市规划设计院,2003
- 10 冷传才.城市道路网增容理论研究 [D].北京:北京交通大学,2003
- 11 Edsger W. Dijkstra, shortest-path algorithm [D]. Holland: Leiden University, 1956

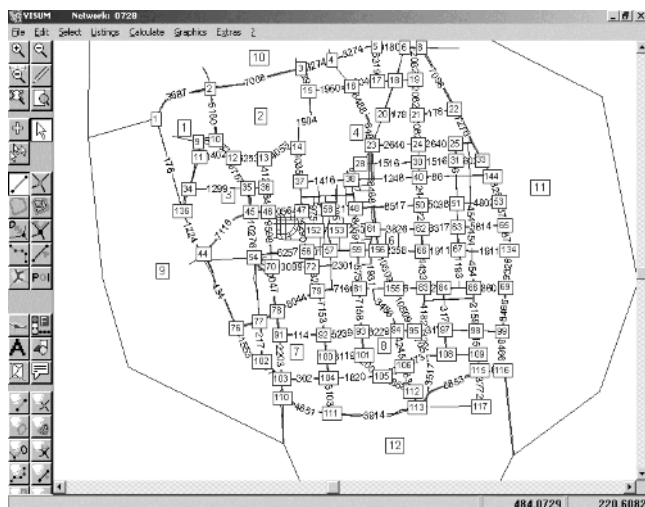


图7 改建后中关村地区平衡分配法分配结果

Fig.7 After rebuild equilibrium network assignment result for Zhongguancun Area

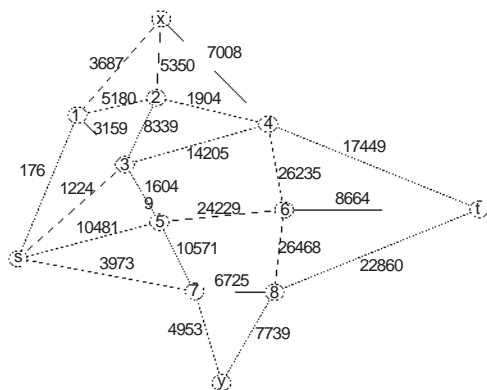


图8 重新分配后流量路径图

Fig.8 After rebuild and reassignment traffic flow for each route