

考虑路段流量不确定性的OD矩阵反推算法

OD Matrix Estimation Algorithm with Consideration to Uncertainty of Link Flows

成卫 陈月明 董玉佩

(昆明理工大学交通工程学院, 昆明 650224)

Cheng Wei, Chen Yueming and Dong Yupei

(Faculty of Traffic Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650224, China)

摘要: 现有OD矩阵反推技术大都将路段流量确定为稳定不变的, 导致反推精度不高。为了解决这一问题, 以交通网络平衡和双层规划模型为理论基础, 选取路段流量与实测流量之间的偏差平方和最小作为目标函数, 删除OD矩阵的判别误差函数, 将双层规划模型简化为单层规划, 从而减少了计算量。以云南省某城市中心城区路网作为实际算例, 采取用户平衡分配模型进行验证。结果表明, 分配得到的路段流量与实测流量的相对误差都在12%以内, 证明该方法与已有研究中以网络行驶时间最小作为目标函数的反推模型相比, 精度更高。

Abstract: Link flows are usually hypothesized as constant variables in the existing OD matrix estimation technology, which yields a low accuracy. Coping with this problem, this paper develops a method for OD matrix estimation based on network equilibrium theory and the two-tier planning model by minimizing the square deviations of the estimated and the observed link flows. This method reduces the calculation load by tossing out the OD matrix error-checking function and by simplifying the two-tier planning model as a single-tier planning model. A numerical example utilizing user-equilibrium assignment model applied to an urban central area network in Yunnan Province, China, shows that the difference between the modeled and the observed link flows is less than 12%, a higher accuracy compared with other OD matrix estimation models using the minimum network travel time as their objective function.

关键词: 交通规划; 交通模型; OD矩阵; 反推模型; 双层规划; 用户平衡分配

Keywords: transportation planning; transportation model; OD matrix; estimation models; two-tier planning; user equilibrium

中图分类号: U491.1²

文献标识码: A

收稿日期: 2007-05-21

作者简介: 成卫, 男, 博士, 昆明理工大学交通工程学院教授, 主要研究方向: 交通信息工程与控制, 交通规划与设计。

E-mail: chengwei_ding@163.com

0 引言

在交通规划、交通管理与控制中, OD矩阵是一项非常重要而且有用的数据, 其获得通常有3种途径: ①通过家庭调查、城市出入口调查等方式获得调查数据, 整理出OD矩阵; ②应用交通分布模型计算(如重力模型等)获得; ③基于路段流量反推获得。

在这3种方法中, 第1种方法获得的数据准确度比较高, 但其耗费也最大, 不能经常大范围地开展, 同时, 调查和整理所需时间比较长, 因此, 获得的数据实时性差; 第2种方法只适用在一些粗略的交通分布中; 第3种方法是目前国内外许多学者都在研究的一种方法。OD矩阵和路段流量有着极为密切的联系, 目前, 城市路网中铺设的流量检测器或是交叉口摄像头等使路段流量的获得更为方便, 而且最重要的是实时性强。

随着基于路段流量的OD矩阵反推技术在交通规划中越来越多地成功应用, 出现了许多有效的方法, 如重力模型法、熵模型法、极大似然估计法、贝叶斯推算模型法等。这些方法多将路段流量确定为稳定不变的。但实际中, 由于受到调查时间、调查者的素质、周围环境等因素的影响, 调查所得的数据是不确定的。同时, 在数据统计和处理过程中, 会存在一定范围的偏差。如果在OD矩阵反推过程中, 将路段流量看作是稳定不变的, 势必会造成反推的精确度下降。因此, 本文提出一种新的基于路段流量不确定性的OD矩阵反推算法。

1 理论基础

1.1 交通网络平衡

1952年著名学者Wardrop提出了交通网络平衡定义的两条

原理,奠定了交通流分配的基础。Wardrop 第一原理^[1]也叫用户平衡(User Equilibrium, UE),是指在道路的利用者都明确知道网络的交通状态并试图选择最短路径时,网络将会达到平衡状态。Wardrop 第二原理^[2]也称为系统最优(System Optimaization, SO),是指在系统平衡的条件下,拥挤的路网上交通流应该按照平均或总的出行成本最小为依据来分配。

第一原理反映了道路用户选择路线的一种准则,而第二原理则反映了一种网络的设计目标。在实际路网中,很难出现第二原理所描述的状态,而按照第一原理分配出来的结果应该是路网上用户实际路径选择的结果。因此,本文采用 Wardrop 第一原理进行网络分配,以使结果更加符合实际。

1.2 OD矩阵反推模型

在基于路段流量反推OD矩阵的方法中,文献[3, 4]提出的双层规划模型是最为全面的一种。该模型描述为:

$$\min_{v, t} F_1(t, \bar{t}) + F_2(v, \bar{v}), \quad (1)$$

$$\text{s.t. } v = M(t), \quad (2)$$

$$v \geq 0, \quad (3)$$

式中, $\bar{t} = \{\dots, \bar{t}_w, \dots\}^T$ 是目标OD矩阵构成的列向量, \bar{t}_w 是OD对 $w \in W$ (W 是所有起讫点的组合)间的交通量/(pcu·h⁻¹); $\bar{v} = \{\dots, \bar{v}_a, \dots\}^T$ 是观察得到的路段流量向量, \bar{v}_a 是路段 $a \in \bar{A}$ (\bar{A} 是所有观测路段的集合)的观测流量/(pcu·h⁻¹); t, v 分别是反推出来的OD矩阵和路段流量,两者都是非负的; $F_1(t, \bar{t})$ 和 $F_2(v, \bar{v})$ 分别是计算 t 和 \bar{t} 、 v 和 \bar{v} 之间误差的函数; $v = M(t)$ 表示 v 和 t 之间的函数关系式,其具体表现在所采用的交通分配方法上。

2 模型构建

由于 v 和 t 之间的关系密切,即 t 在路网中的表现就是路段流量 v , 用数学公式描述为:

$$v = pt, \quad (4)$$

式中: p 是一个路径选择概率矩阵,其值主要取决于所采取的交通分配模型,本文假设 p 是一个正确和已知的值。在路段流量反推OD矩阵中,若能保证 v 的精确度,就可以保证 t 的精确度。因此,把OD矩阵的判别误差函数去掉,将双层规划简化成单层规划,既可以简化模型,又可以减少计算量,这对于大路网具有较大的应用意义。

2.1 模型的建立

考虑到交通调查获得的数据具有不确定性,为此,反推出来的路段流量并不一定要和实际调查的路段流量保持完全一致。因此,采用反推路段流量与实测路段流量之间的误差平方和最小为目标函数。

同时,本文采用的路网基于用户平衡,反推模型必须满足交通流守恒的条件,即OD对间各条路径上的交通量之和应该等于OD交通总量,路径流量也应该满足非负约束。从而得到反推流量 v_a 和观测流量 \bar{v}_a 的误差函数模型:

$$\min Z(v) = \sum_{a=1}^n [(v_a - \bar{v}_a)^2], \quad (5)$$

$$\text{s.t. } \sum_k f_k^{rs} = t_{rs}, \quad (6)$$

$$f_k^{rs} \geq 0, \quad (7)$$

$$v = pt, \quad (8)$$

$$v \geq 0, \quad (9)$$

式中: f_k^{rs} 为OD对 (r, s) 间第 k 条路径上的交通量/(pcu·h⁻¹); t_{rs} 为OD对 (r, s) 间交通量/(pcu·h⁻¹)。

这样,模型就由双层规划变成了单层规划,同时精度也可以得到保证,大大减少了计算量。

2.2 模型的求解

在式(5)~(9)中,目标函数 $Z(v)$ 是凸函数,每个约束条件都是线性的。根据线性函数既是凸的又是凹的这一性质,可知该规划模型是凸规划。因此,目标函数存在最优值而且惟一。

本文采用 Frank-Wolfe 算法^[2]求解模型,其实质是根据一组线性规划的最优解确定下一步的迭代方向,然后根据目标函数的一维极值问题求最优迭代步长。模型的求解步骤如下:

- 1) 初始化,预先给定一个 p^0 和样本矩阵 t^0 ;
- 2) 根据式(8),计算路段流量;
- 3) 计算 $Z(v)$,若 $Z(v) \leq \epsilon$,则停止计算,此时 t^0 为最终矩阵;若 $Z(v) > \epsilon$,则转到4);
- 4) 根据计算的路段流量 v^n ,更新路阻函数,确定 p^n ,参照所选的交通流分配方法进行流量分配,得到一组辅助的路段流量 $\{y_a^n\}$;
- 5) 寻找迭代方向,利用二分法求满足(10)式的 λ ,确定迭代步长^[2],其中, $0 \leq \lambda \leq 1$;

$$\sum_{a=1}^{\ell} (y_a^n - v_a^n) [v_a^n + \lambda(y_a^n - v_a^n) - \bar{v}_a] = 0; \quad (10)$$

$$\text{6) 确定新的迭代起点: } v_a^{n+1} = v_a^n + \lambda(y_a^n - v_a^n); \quad (11)$$

7) 收敛判别, 若 $\max \left| \frac{V_a^{n+1} - V_a^n}{V_a} \right| \leq \delta$ 则停止计算, 进入 8), 否则返回到 4);

8) 计算 OD 矩阵 t :

$$t_{ij} = o_i p_{ij}^n, \quad V_{i,j} \quad (12)$$

式中: o_i 是 i 小区的产生交通量/(pcu·h⁻¹); p_{ij}^n 是迭代后第 n 次路径选择概率矩阵中的元素。

上述步骤中的 ϵ 和 δ 都是在模型计算前预先确定的精度判定值, 可以根据规划者的需要设定不同的精度。

3 实例分析

图 1 是云南省某城市中心城区路网图。对城市基础数据进行调查和整理, 利用 MATLAB 和 TransCAD 软件运算模型。经过数次迭代后, 反推出来的 OD 矩阵如表 1 所示。为了验证反推 OD 矩阵的可行性, 采取用户平衡分配

表 1 OD 矩阵
Tab.1 OD matrix pcu/h

O	D					
	五一路	西园	老街	通商南路	滇运	过街楼
五一路	717	686	467	310	236	803
西园	300	219	185	153	150	309
老街	280	219	137	113	123	265
通商南路	111	129	90	73	84	100
滇运	130	119	93	106	107	160
过街楼	931	674	543	361	357	911

模型, 对路网进行交通分配(见图 2), 得到的路段流量与实测流量的相对误差均在 12% 以内。可见, 利用该模型获得的 OD 矩阵是可行的。

4 结语

由于交通数据在调查和统计中存在很多的不确定性因素, 若一味追求反推出来的流量和调查统计的路段流量相等, 会造成 OD 矩阵与实际大相径庭, 导致交通规划、交通管理与控制等决策过程失误。一般文献中的反推模型以网络行驶时间最小作为目标函数, 而本文提出的反推模型以路段流量偏差和最小作为目标函数, 将常规的双层规划简化成单层规划, 相比之下, 模型更加简化, 大大减少了计算量。

参考文献

- 1 邵春福. 交通规划原理[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2004
- 2 黄红选, 韩继业. 数学规划[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006
- 3 高自友, 四兵峰. 从路段流量估计 OD 交通量的新算法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2001, 2(1): 30-41
- 4 Javier Doblaz, Francisco G. Benitez. An Approach to Estimating and Updating Origin-Destination Matrices Based upon Traffic Counts Preserving the Prior Structure of A Survey Matrix [J]. Transportation Research Part B, 2004, 39 (2005): 565-591



图 1 中心城区路网图
Fig.1 Road network of the downtown area



图 2 交通量分配图
Fig.2 Flow distribution