

# 多方式条件下城市公交价格需求弹性建模及实证分析

四兵锋 钟鸣

**【摘要】** 本论文将交通平衡理论及方法应用在城市多方式交通需求建模上，考虑了不同方式之间的竞争关系，构造了满足用户平衡条件的多方式交通需求分配的数学优化模型，并证明了该模型的最优解满足 logit 关系，基于经济学的价格需求弹性的基本概念，采用灵敏度分析方法得出公交需求对公交票价的导数关系，进而得到城市公交价格需求弹性的计算模型。基于济南市的调查数据和公交实际运营数据，计算出了济南公交的价格需求弹性以及与其他方式之间的交叉弹性值，分析了在不同条件下的公交需求以及公交价格需求弹性的变化规律，得到了济南市公交价格需求弹性指标以及该指标随各种影响因素的变化规律。

**【关键词】** 城市公交；用户平衡；灵敏度分析；价格需求弹性；交叉弹性

## 1 引言

公交企业作为公交的经营主体，其提供的产品是公共服务，具有社会公益性。同时，公交企业又具有企业特点，需在市场经济条件下追求经济效益。另一方面，公交企业在大力提升公交服务水平以满足居民出行需求的同时，城市经济的发展水平、居民人均 GDP 水平、物价水平、居民的家庭收入水平以及交通出行费用等指标，成为居民选择公交出行所要考虑的重要因素，而公交票制票价是影响公交乘客需求的关键经济因子。公交价格需求弹性是公交运营管理中的重要指标，对其进行量化分析对城市公交系统健康可持续发展极为必要。

目前，关于城市公交票价弹性的研究主要是通过对乘客需求的调查统计，分析在不同的影响因素下，公交票价的变化对公交流量的影响，或者不同公交方式票价的变化所产生的交叉影响。例如，Nijkamp 和 Pepping（1998）在对欧洲一些城市公交弹性进行回归分析的基础上，得出介于-0.4 至-0.6 之间的公交票价弹性<sup>[1]</sup>；Dargay 和 Hanly（1999）运用统计学方法研究了英国城市公交价格变化对需求的影响<sup>[2]</sup>；Dargay 等（2002）通过对 1975 年到 1995 年之间法国城市和英国城市的公交弹性的比较，发现公交乘坐率随着票价及收入的增长而减小<sup>[3]</sup>。Booz Allen Hamilton（2003）通过对出行调查数据的统计分析，得到了堪培拉地区各种出行费用、交通方式以及出行类型各自的需求弹性及交叉弹性<sup>[4]</sup>。Holmgren（2007）采用

统计回归分析方法解释了以前研究中对弹性估计的偏差问题，同时，给出了美国部分城市公交出行需求对票价弹性为-0.59<sup>[5]</sup>。Taylor 等人（2009）评估了在美国城市中地理、人口、票价和公交供给量对人均公交乘坐率的影响。他们得到相对较高的公交系统价格弹性（-0.51）以及关于车辆小时的服务弹性（1.1 至 1.2）<sup>[6]</sup>。

在城市多方式交通系统中，公交票价的变化往往会导致自驾车出行数量的变化；同样，自驾车出行费用的改变也会导致公交分担率的变化，某种公交方式（如地铁）票价的改变会导致另一种公交方式（比如公交车）分担率的变化，这些都属于交叉弹性。国内外一些学者也对城市交通需求的交叉弹性进行了分析，例如，Lago 等人（1992）发现自驾车出行需求对于巴士票价的交叉弹性为 0.09，对于地铁票价的交叉弹性为 0.08<sup>[7]</sup>；Hensher（2008）提出一个关于各种方式的公交和小汽车出行弹性及其交叉弹性的模型<sup>[8]</sup>。

传统的多方式交通需求预测模型为基于 logit 的非集计模型，但是这类模型无法描述需求与出行成本之间的互动关系，通常，出行者总希望选择出行费用最低的交通方式。然而，随着某种方式需求的增加，其费用就会上升，这样就会使得一部分出行者放弃选择这种出行方式，而转移到其他方式出行，而其他方式的费用同样也会随其需求的增加而上升。因此，在不同方式之间存在需求分离的均衡状态。本论文将交通平衡理论及方法应用在城市多方式交通需求建模上，基于实际数据的调查统计分析，研究了城市公交票制票价对公交客运需求的影响机制，分析了在不同条件下的公交需求以及公交价格需求弹性的变化规律，通过对实际数据的分析计算，得到了济南市公交价格需求弹性指标以及该指标随各种影响因素的变化规律。

## 2 多方式条件下城市公交需求建模分析

根据用户平衡理论，出行者总是力图选择广义出行费用（包括出行时间、票价、安全、方便舒适度等）最低的出行方式。然而，随着某种方式的出行需求的增加，其出行费用就会上升，例如票价上升，出行时间变大，舒适性下降等，这样就会使得一部分出行者放弃选择这种出行方式，而转移到其他方式出行。其他方式的出行费用也会随着其需求的增加而上升。最终，在不同方式之间会趋向于达到一种需求分离的均衡状态，这种均衡状态就是用户平衡状态。可以用下面的数学形式来描述这种均衡状态：

$$GC_n \begin{cases} = C_{\min} & , \text{ 如果 } q^n > 0 \\ \geq C_{\min} & , \text{ 如果 } q^n = 0 \end{cases}, \forall n \quad (1)$$

其中  $GC_n$  表示出行方式  $n$  的广义出行费用； $C_{\min}$  表示均衡状态下的最小广义出行费用， $q^n$

表示第  $n$  种出行方式的需求量。

可以构造如下的数学优化模型来描述城市多方式交通需求分离的均衡问题：

$$\min Z(\mathbf{q}) = \sum_n \int_0^{q^n} f(x) dx \quad (2a)$$

$$\text{s.t. } \sum_n q^n = Q \quad (2b)$$

$$q^n \geq 0, \quad \forall n \quad (2c)$$

其中  $Q$  表示城市内总的客流需求； $f$  表示各种出行方式的广义费用函数，在这个函数中不同出行方式的需求量是自变量，即  $GC_n = f(q_n)$ ,  $\forall n$ 。通常，此函数为单调递增函数。 $f$  取不同的形式，便可以得到不同的客流量在出行方式之间的分离模式。约束 (2b) 表示总的出行需求是已知并固定，约束 (2c) 为变量的非负约束。如果用户均衡模型 (2a) - (2c) 中的广义费用函数取如下对数形式：

$$f(q^n) = \ln q^n - \alpha T_n - \beta P_n, \quad \forall n \quad (3)$$

其中  $T_n$  和  $P_n$  分别表示出行者选择第  $n$  种方式的平均出行时间和平均价格花费； $\alpha$  和  $\beta$  是待定参数，可以从观察到的数据中用统计推断方法估计出来。

则需求均衡模型 (2a) - (2c) 可以改写为如下形式：

$$\min Z(\mathbf{q}) = \sum_n \int_0^{q^n} (\ln x - \alpha T_n - \beta P_n) dx \quad (4a)$$

$$\text{s.t. } \sum_n q^n = Q \quad (4b)$$

根据数学优化理论，模型 (4.4a) - (4.4b) 的一阶必要条件为：

$$\mu - \ln q^n - \alpha T_n - \beta P_n = 0, \quad \forall n \quad (5)$$

其中  $\mu$  表示等式约束 (4b) 的对偶乘子。

式子 (5) 又可以写为： $q^n = \exp\{(\mu - \alpha T_n - \beta P_n)\}$ ,  $\forall n$ 。

根据 (4b)，有  $\sum_n \exp\{\theta(\mu - \alpha T_n - \beta P_n)\} = Q$ ，则

$$q^n = \frac{\exp\{\theta(\mu - \alpha T_n - \beta P_n)\}}{\sum_m \exp\{\theta(\mu - \alpha T_m - \beta P_m)\}} \cdot Q = \frac{\exp(-\alpha T_n - \beta P_n)}{\sum_m \exp(-\alpha T_m - \beta P_m)} \cdot Q \quad (6)$$

显然，式 (6) 满足多方式条件下需求分离的 logit 形式。如果总的出行需求为  $Q$ ，那么公交出行需求可表示为：

$$q^{\text{bus}} = Q \cdot \frac{e^{-\beta(\alpha T_{\text{bus}} + P_{\text{bus}})}}{\sum_m e^{-\beta(\alpha T_m + P_m)}}, \quad \forall n \quad (7)$$

其中参数  $\alpha' = \frac{\alpha}{\beta}$ ，可以理解为出行者的时间价值；而参数  $\beta$  可以表示出行者对出行费用的感知程度， $\beta$  越大，则表示出行者对费用的感知性就越强。

### 3 多方式下的公交需求弹性计算过程

在经济学的理论研究中，需求-价格弹性是指需求量对价格的弹性，即指某一产品价格变动时，该产品需求量相应变动的灵敏度。需求-价格弹性表明供求对价格变动的依存关系，反映价格变动所引起的供求的相应的变动率，即供给量和需求量对价格信息的敏感程度，又称供需价格弹性。

根据需求规律，公交需求量与其价格成反比关系。在其他影响因素不变的情况下，当公交票价提高，而其他交通方式的价格不变时，出行者选择公交方式出行的机会就降低。反之，出行者就更倾向于选择公交出行。前面对城市多方式需求分离问题进行了研究，在上述的模型中，公交票价属于出行广义费用中的参变量，显然，当公交票价发生变化时，公交广义出行费用就会改变，从而导致出行总需求在不同方式之间的分离关系发生变化。根据经济学中需求-价格弹性的定义，在公交价格为  $P_{bus}^*$  时的公交需求价格点弹性可表示为：

$$E_{bus} = \frac{\partial q^{bus}}{\partial P_{bus}^*} \cdot \frac{P_{bus}^*}{q^{bus}} \quad (8)$$

显然，计算城市公交需求-价格弹性的关键是找到公交价格为  $P_{bus}^*$  时所对应的公交需求  $P_{bus}^*$  以及公交需求对公交票价的导数。本文将数学优化理论中的灵敏度分析方法应用到公交的需求价格弹性定量计算上，可以求出平衡条件下的公交需求对票价的导数，从而可以得到不同条件下的公交价格需求弹性。下面首先介绍通过需求均衡模型计算  $\frac{\partial q^{bus}}{\partial P_{bus}^*}$  的灵敏度分析方法。

首先，假定数学优化模型 (4a) - (4b) 中的扰动参数为公交票价  $P^{bus}$ ，且假定影响需求分离的其它因素如出行时耗、停车费、舒适性、安全方便性等因素均保持不变。带有扰动参数  $P^{bus}$  的用户均衡模型 (4a) - (4b) 可以用下面的变分不等式来表示：

$$\mathbf{f}\{\bar{\mathbf{q}}(P^{bus})\}^T \cdot \{\mathbf{q} - \bar{\mathbf{q}}(P^{bus})\} \geq 0 \quad (9)$$

其中  $\mathbf{q} = (q^1, q^2, \dots, q^n)^T$  表示各方式需求分担量的向量形式； $\bar{\mathbf{q}} = (\bar{q}^1, \bar{q}^2, \dots, \bar{q}^n)^T$  表示均衡模型 (4a) - (4b) 最优解的向量形式； $\mathbf{q} \in \{\mathbf{q}(P^{bus}) \mid Q = \Delta^T \cdot \mathbf{q}(P^{bus})\}$ ， $\Delta = (1, \dots, 1)^T$  表示维数为  $n$ ，元素全为 1 的列向量。 $\mathbf{f}(\bar{\mathbf{q}}) = [f(\bar{q}^1), f(\bar{q}^2), \dots, f(\bar{q}^n)]^T$  表示出行广义费

用函数的向量形式。

假定知道变分不等式 (9) 在公交票价初始点  $P^{\text{bus}} = P_{(0)}^{\text{bus}}$  时的解  $\bar{\mathbf{q}}_{(0)}$ ，且这个解是唯一的。与此同时，此问题在  $P^{\text{bus}} = P_{(0)}^{\text{bus}}$  时解的一阶必要条件为：

$$f\{\bar{\mathbf{q}}(P^{\text{bus}})\} - \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0} \quad (10)$$

$$Q = \Delta^T \bar{\mathbf{q}}(P^{\text{bus}}) \quad (11)$$

其中  $\boldsymbol{\mu}$  为等式约束 (4b) 的拉格朗日乘子向量。

设  $\mathbf{y} = [\mathbf{q}(P^{\text{bus}}), \boldsymbol{\mu}(P^{\text{bus}})]^T$ ，用  $\mathbf{J}_y$  表示 (10) 和 (11) 对于  $[\mathbf{q}, \boldsymbol{\mu}]$  的 Jacobian 矩阵，用  $\mathbf{J}_{P^{\text{bus}}}$  表示 (10) 和 (11) 对于扰动参数  $P^{\text{bus}}$  的 Jacobian 矩阵，则

$$\nabla \mathbf{y}_{P^{\text{bus}}} = \mathbf{J}_y^{-1} \cdot (-\mathbf{J}_{P^{\text{bus}}}) \quad (12)$$

从式 (12) 中很容易得到多方式需求分担量对公交票价的导数关系，即  $\frac{\partial q^{\text{bus}}}{\partial P^{\text{bus}}}$ 。根据前面提出的需求-价格弹性的定义，就可以计算出当各方式需求分离达到均衡时，公交方式的需求-价格弹性，即  $E_{\text{bus}}$ 。

## 4 实证分析

### 4.1 济南市公交乘客出行意愿调查

为掌握城市居民出行行为，尤其是方式选择行为的基本规律，对济南市公交乘客进行了出行意愿调查。调查问卷共分七个部分，即调查人员信息和回访人员信息、个人信息、出行特征、公交出行调查、方式选择意愿信息调查等。

调查采取入户调查法，调查人员根据调查计划安排，到预先电话约定好的居民家中，当面询问所有 6 周岁以上（含 6 岁）成员的相关特征、出行情况和相关意愿。本次调查抽取 4000 户，抽样率为 15.88%。

### 4.2 济南公交运营基础数据

为了描述方便，将自行车表示为方式 1、出租车表示为方式 2、私家车表示为方式 3、公交车表示方式 4、电动车表示为方式 5。

- 根据 2011 年的出行调查的数据，济南市日均总出行需求为 710 万人次，其中包括公交车、小汽车、出租车、电动车（自行车）出行在内的总出行需求为 528.808 万人次，即对应于多方式需求均衡模型 (4a) - (4b) 中  $Q=528.808$  万人次；
- 不同出行方式的需求分担率及分担量由表 1 给出。

表 1 济南市各方式的分担率及需求分担量

出行方式	自行车	出租车	私家车	公交车	电动车
需求分担率 (%)	10.60	5.38	19.90	22.80	15.80
需求分担量 (万人次/日)	75.26	38.198	141.29	161.88	112.18

- 不同出行距离条件下各方式的平均时耗和平均花费由表 2 给出。

表 2 济南市各方式的平均时耗和平均花费

出行方式	指标	实际值
公交车	平均时耗 (分钟)	36
	平均花费 (元)	1
私家车	平均时耗 (分钟)	27
	平均花费 (元)	10
出租车	平均时耗 (分钟)	31.5
	平均花费 (元)	15
电动车	平均时耗 (分钟)	36
	平均花费 (元)	0.9
自行车	平均时耗 (分钟)	40.5
	平均花费 (元)	0

### 4.3 模型的参数估计

根据式 (7)，在多方式交通系统中，如果在出行者的广义费用只考虑时间和费用这两个因素，则均衡条件下，不同方式的需求分担率可表示为如下 logit 形式：

$$P_n = \frac{\exp(-\alpha T_n - \beta P_n)}{\sum_m \exp(-\alpha T_m - \beta P_m)} \quad (13)$$

任取一个  $P_n$  和  $P_m$ ，则有

$$\frac{P_n}{P_m} = \frac{\exp(-\alpha T_n - \beta P_n)}{\exp(-\alpha T_m - \beta P_m)} \quad (14)$$

对上式两边取对数，则有

$$\ln \frac{P_n}{P_m} = \alpha(T_m - T_n) + \beta(P_m - P_n) \quad (15)$$

显然，式 (15) 即为所需的线性回归方程。其中  $\ln \frac{P_n}{P_m}$  为因变量， $T_m - T_n$ 、 $P_m - P_n$  为自变

量。根据上面提出的多元线性回归方法，参数  $\alpha$  和  $\beta$  就可以估计出来。

对调查数据进行统计，得到选择每种方式的样本数及选择概率，如表 3 所示。

表 3 出行方式选择统计

出行方式	频率	百分比
自行车（电动车）	390	6.6%
出租车	412	6.9%
私家车	1428	24.1%
公交车	3702	62.4%
合计	5936	100%

采用 SPSS 软件参数  $\alpha$  和  $\beta$  进行估计，计算结果以及统计分析由表 4 给出。

表 4 参数估计值

参数	估计值	标准误差	t 分布	显著性水平 Sig.
$\alpha$	0.193	0.036	-5.303	0.000
$\beta$	0.280	0.044	-6.304	0.000

对参数估计结果进行拟合优度检验。线性拟合度的判定系数为：

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (16)$$

其中  $SSR$  是回归平方和， $SST$  是总平方和。总平方和由残差平方和与回归平方和组成，因此有  $SSR < SST$ ，所以  $R^2$  的取值范围落在 0 到 1 之间。 $R^2$  越接近 1，表示回归直线的拟合程度越好；反之， $R^2$  越接近 0，表示拟合程度越差。

根据以上数据可计算出  $R^2 = 0.837$ ，可以看出， $R^2$  符合检验要求；同时由  $t$  统计的显著性检验  $P$  值可知，各变量系数在统计意义上显著，参数估计值在统计意义上可以被接受。

#### 4.4 济南公交价格需求弹性计算过程

首先，根据以上基本数据以及参数  $\alpha$  和  $\beta$  的值，需求均衡模型 (4a) - (4b) 可写为如下形式：

$$\begin{aligned} \min Z(\mathbf{q}) = & \int_0^{q^1} (\ln x - 3.915) dx + \int_0^{q^2} (\ln x - 6.618) dx + \int_0^{q^3} (\ln x - 4.18) dx + \int_0^{q^4} (\ln x - 3.794) dx \\ & + \int_0^{q^5} (\ln x - 3.637) dx \end{aligned}$$

$$\text{s.t. } q^1 + q^2 + q^3 + q^4 + q^5 = 528808$$

求解这个数学优化模型，可以得到各方式需求的均衡解。根据前面介绍的灵敏度分析方

法，可以得到：

$$D(q^*, p) = \begin{bmatrix} \ln q^1 + 0.314 p^1 + 3.915 \\ \ln q^2 + 0.314 p^2 + 3.045 \\ \ln q^3 + 0.314 p^3 + 2.61 \\ \ln q^4 + 0.314 p^4 + 3.48 \\ \ln q^5 + 0.314 p^5 + 3.48 \end{bmatrix}, \quad q^1 + q^2 + q^3 + q^4 + q^5 = 528.808,$$

$$y(p) = [q(p), \mu(p)]^T。$$

很容易得到如下的 Jacobin 矩阵  $J_y(p)$  和  $J_p(p)$ ：

$$J_y(p) = \begin{bmatrix} \frac{1}{q^1} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{q^2} & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{q^3} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{q^4} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{q^5} & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_p(p) = \begin{bmatrix} 0.314 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.314 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.314 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.314 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.314 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

将各方式均衡需求代入矩阵  $J_y(p)$ ，产生  $J_y^*$  且令  $\nabla_p^* y = [J_y^*]^{-1} [-J_p]$ ，可得到：

$$\nabla_p^* y = \begin{bmatrix} -28.223, & 0.878, & 6.522, & 9.595, & 11.226 \\ 0.878, & -3.703, & 0.673, & 0.991, & 1.159 \\ 6.522, & 0.673, & -23.171, & 7.361, & 8.613 \\ 9.595, & 0.991, & 7.361, & -30.619, & 12.670 \\ 11.226, & 1.159, & 8.613, & 12.670, & -33.671 \\ 0.069, & 0.007, & 0.053, & 0.078, & 0.091 \end{bmatrix}$$

从以上矩阵中可以得出公交需求对公交票价偏导数： $\partial q^{bus} / \partial P^{bus} = -30.619$ 。进而根据需求-价格弹性的定义，即可得出公交票价为 1 元时的公交需求-价格弹性  $E_{44}$ ：

$$E_{44} = \frac{\partial q^{bus}}{\partial P^{bus}} \cdot \frac{P^{bus}}{q^{bus}} = -30.619 * 1 / 138.165 = -0.22$$



这里用  $E_{mn}$  ( $m, n=1,2,3,4,5$ ) 来表示第  $n$  种方式费用 (票价) 的变化对第  $m$  种方式需求量影响的弹性值, 当  $m=n$  时就表示某种方式费用 (票价) 对自身的需求弹性值; 若  $m \neq n$  时, 就表示第  $n$  类方式费用 (票价) 变动引起第  $m$  类方式需求量变动的交叉弹性。

采用同样的计算过程, 可以得出不同方式之间的交叉需求弹性值, 如表 5 所示, 表中的数据表示行对应的交通方式的费用对列对应交通方式的需求的弹性值:

表 5 各方式之间的交叉需求弹性

	自行车	出租车	私家车	公交车	电动车
自行车	0.00	0.02	0.44	0.09	0.09
出租车	0.00	-5.97	0.44	0.09	0.09
私家车	0.00	0.02	-2.55	0.10	0.09
公交车	0.00	0.02	0.45	-0.22	0.09
电动车	0.00	0.02	0.45	0.09	-0.18

#### 4.5 主要参数对公交需求弹性的影响分析

本文主要分析了公交票价的变化而导致的公交需求价格弹性的变化规律以及相应的交叉弹性的变化规律。同时, 也分析了模型中的参数  $\alpha'$  和  $\beta$  的变化而导致的相应需求价格弹性的变化规律。

##### (1) 公交需求弹性随公交票价变化而变化的情况

首先, 假定模型中其他变量和参数均保持不变, 公交票价分别取不同值时, 计算公交需求弹性及各方式需求的变化情况, 分析结果如图 1 所示。

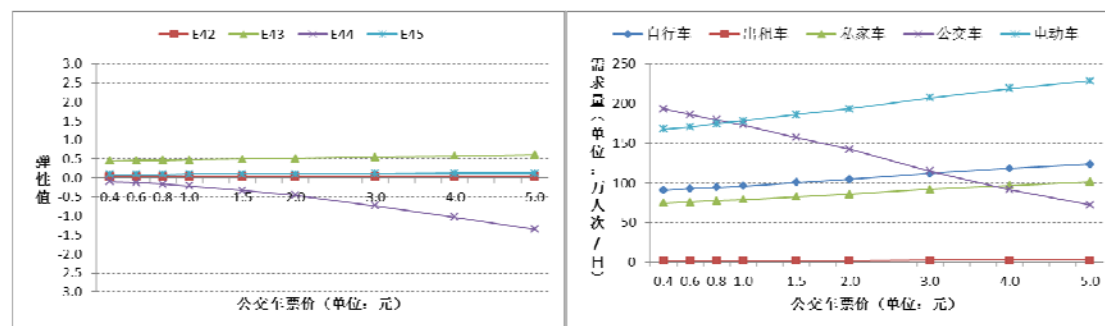


图 1 公交票价对需求弹性 (左) 及各方式需求 (右) 的影响

可以看到, 随着公交票价的提高, 公交票价对公交需求的弹性绝对值是逐渐增大的, 也就是说如果公交票价过高, 那么公交需求受到公交票价的波动影响就比较明显。这与实际是相符合的, 因为公交票价越高, 乘客就会对票价因素越敏感, 在高票价条件下, 票价稍有变化, 居民的方式选择行为就会发生明显改变。同时, 由图 1 可知, 随着公交票价的提高, 公交需求量会明显下降, 而其他方式的需求量会随之上升, 其中出租车需求变化不明显, 且公交需求随其票价的变化而变化的趋势较明显, 尤其在高票价条件下, 这一结果与弹性变化相一致。

##### (2) 公交需求弹性随 $\alpha'$ 值变化而变化的情况

均衡模型中参数  $\alpha'$  可以理解为出行者的时间价值， $\alpha'$  值越大，说明居民的时间价值越高，换句话说，就是居民在出行中越关注出行时间因素。下面分析公交需求弹性以及各方式需求随参数  $\alpha'$  的变化而变化的情况。假定模型中其他因素均保持不变， $\alpha'$  取不同值时，计算公交需求弹性及各方式需求的变化情况，统计分析由图 2 给出。

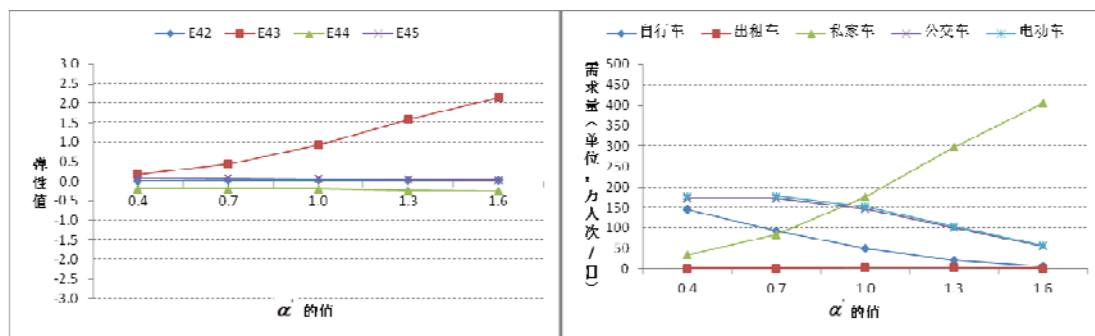


图 2  $\alpha'$  对需求弹性（左）及各方式需求（右）的影响

可以看出，当  $\alpha'$  不断增大时，私家车费用对公交车需求的交叉弹性会明显提高，电动车费用对公交车需求的交叉弹性会稍微下降，其他方式对公交需求的影响基本没有变化；同时，当  $\alpha'$  增大时，私家车需求会快速上升，出租车需求基本不变，而其他三种方式的需求会持续下降。

### (3) $\beta$ 值对公交需求弹性和需求量的影响

参数  $\beta$  可以理解为出行者对出行费用因素的感知程度，或者说， $\beta$  值越大，说明出行者在出行中越关注费用。下面分析公交需求弹性以及各方式需求随参数  $\beta$  的变化而变化的情况。类似的，假定模型中其他因素均保持不变， $\beta$  取不同值时，计算公交需求弹性及各方式需求的变化情况，图 3 给出了统计结果。

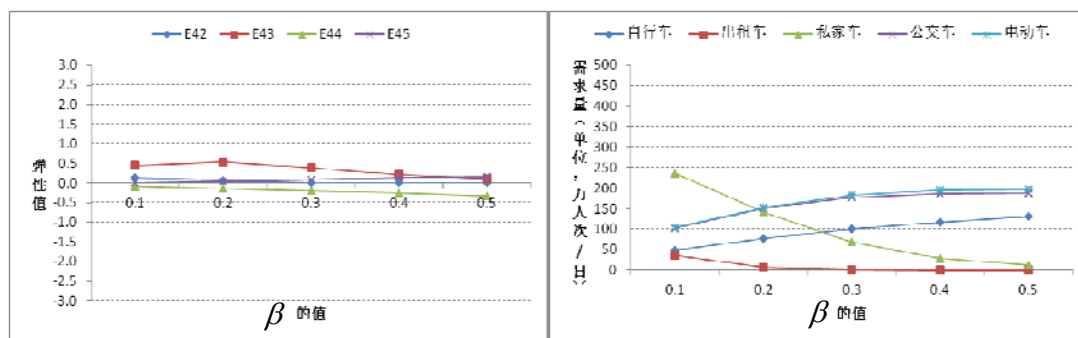


图 3  $\beta$  对需求弹性（左）及各方式需求（右）的影响

可以看出，当  $\beta$  不断增大时，私家车费用对公交车需求的交叉弹性会明显降低，而电动车对公交车的交叉弹性以及公交自身的需求弹性都会上升；同时，随着  $\beta$  的增大，私家车和出租车需求会快速下降，且当  $\beta=3$  时，出租车需求需求基本为 0，而其他三种方式的需求会上升。

## 5 结论

近年来,我国许多城市纷纷推行严重偏离企业运营成本的超低票价政策,政府补贴又未能及时到位,给公交企业带来沉重的经济负担,影响了城市公交的服务质量和安全运营。建立一整套有利于公交企业健康可持续发展、政府财政补贴承受得起、居民出行满意的城市公共交通票制票价体系不仅对于提升居民出行选择公共交通的分担率,促进城市和谐发展具有重要意义。本文将交通平衡理论及方法应用在城市多方式交通需求建模上,构造了满足用户平衡条件的多方式交通需求分配的数学优化模型,采用灵敏度分析方法得出公交需求对公交票价的导数关系,进而得到城市公交价格需求弹性的计算模型。基于济南市的调查数据和公交实际运营数据,计算出了济南公交的价格需求弹性以及与其他方式之间的交叉弹性值,分析了在不同条件下的公交需求以及公交价格需求弹性的变化规律。

虽然本论文在城市公交需求弹性分析及定价优化研究方面做了一定的研究工作,但是由于时间和本人精力所限,这些模型仍需要进一步的完善,主要有以下几个方面的问题需要解决:(1)在今后的研究中,应充分考虑了不同类型居民在方式选择行为上的不同,针对不同类型居民,提出基于类别的城市公交需求预测及价格需求弹性分析方法;(2)对城市公交出行费用的处理比较简单,只考虑了时间和花费这两个因素,没有考虑公交出行中的换乘、拥挤等因素,如何描述更加全面的广义费用模型,并提出基于更加符合现实的公交需求预测模型及价格弹性计算方法将是今后研究的方向;(3)本文所建立的模型只适合于 O-D 需求已知的条件,如何将城市居民 OD 需求作为未知变量,构造基于弹性需求的城市多方式出行需求模型及公交价格弹性计算方法,这也是将来应进行的研究工作之一。

### 【参考文献】

- [1] Nijkamp, P. and Pepping, G. Meta-analysis for explaining the variance in public transport demand elasticities in Europe. *Journal of Transportation and Statistics*, 1998, 1(1), pp. 1-14.
- [2] Dargay, J. and Mark H. Bus fare elasticities. ESRC Transport Studies Unit. University College London ([www.ucl.ac.uk/~ucetmah](http://www.ucl.ac.uk/~ucetmah)), 1999.
- [3] Dargay, J., Mark H., G. B. M., Boulahbal, J. L. M., and Pirotte, A. The main determinants of the demand for public transit: A comparative analysis of Great Britain and France. ESRC Transport Studies Unit, University College London ([www.ucl.ac.uk](http://www.ucl.ac.uk)) (March), 2002.
- [4] Booz, A. H. ACT transport demand elasticities study. Canberra Department of Urban Services ([www.actpla.act.gov.au/plandev/transport/ACT Elasticity Study Final Report.pdf](http://www.actpla.act.gov.au/plandev/transport/ACT%20Elasticity%20Study%20Final%20Report.pdf)), April, 2003.
- [5] Johan H. Meta-analysis of public transit demand. *Transportation Research Part A*, 2007, 41(10), pp. 1021-1035.
- [6] Brian D. T. and Camille F. The factors influencing transit ridership: a review and analysis of the ridership literature. UCLA Department of Urban Planning, University of California Transportation Systems Center ([www.uctc.net](http://www.uctc.net)), 2009.
- [7] Jeremy M. Effects of rising gas prices on bus ridership for small urban and rural transit systems. Upper Great Plains Transportation Institute, at [www.ugpti.org/pubs/pdf/DP201.pdf](http://www.ugpti.org/pubs/pdf/DP201.pdf), 2008, pp. 38-41.

[8] Armando L., Patrick M. and Jonathan M. Transit ridership responsiveness to fare changes. *Traffic Quarterly*, 1992, 35(1), pp. 92-101.

[9] David A. H. Assessing systematic sources of variation in public transport elasticities: some comparative warnings. *Transportation Research A*, 2008, 42(7), pp. 1031-1042.

[10] 四兵锋, 高自友. 铁路客票价格与客流量之间的灵敏度分析. *铁道学报*, 1999, 4, pp. 13-16.

[11] 四兵锋, 高自友. 城市间公路客运的客票票价与其客流量之间的灵敏度分析. *中国公路学报*, 2000, 13(2), pp: 91-95.

[12] 高自友, 四兵锋. 市场经济条件下铁路旅客票价系统分析: 优化模型和求解方法. 中国铁道出版社, 2002.

### **【作者简介】**

四兵锋, 男, 博士, 北京交通大学交通运输学院, 副教授。电子信箱: [bfsi@bjtu.edu.cn](mailto:bfsi@bjtu.edu.cn)

钟鸣, 男, 博士, 武汉理工大学, 教授。电子信箱: [mingzhong2005@gmail.com](mailto:mingzhong2005@gmail.com)